

结合谱积分加速法的前后向迭代法数值计算 分形粗糙介质面的双站散射和透射

金亚秋, 李中新

(复旦大学波散射和遥感中心, 上海 200433)

摘要: 本文发展结合谱积分加速法(SAA)的前后向迭代法(FBM), 数值模拟电磁波低掠角入射下任意大小的介电常数分形粗糙面的双站散射. 将电场和磁场积分方程的阻抗系数阵, 按面上场与电流未知量分类排序, 形成四个子矩阵. 对每个子矩阵通过 FBM/SAA 快速消元得到其对角线元素组成的新两元系数阵, 再通过 FBM/SAA 迭代计算该两元系数阵的场和面电流. 本方法的计算量和内存均与粗糙面离散剖分产生的未知量同量级($O(N)$). 本文数值计算了 TE、TM 锥形波入射下任意大小介电常数分形粗糙面的双站散射和透射, 并讨论了计算效率与能量守恒, 角度性起伏与分数维的关系.

关键词: 前后向迭代法; 谱积分加速法 (FBM/SAA); 分形粗糙面; 双站散射

中图分类号: TN011 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2002)11-1648-06

Bistatic Scattering and Transmitting Through a Fractal Rough Dielectric Surface Using the Forward and Backward Method with Spectrum Acceleration Algorithm (FBM/SAA)

JIN Ya-qiu, LI Zhong-xin

(Center for Wave Scattering and Remote Sensing and School of Information Science and Engineering Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: To numerically simulate bistatic scattering from fractal rough dielectric surface at low grazing angle (LGA), a hybrid approach of the forward-backward method (FBM) with spectral accelerate algorithm (SAA) is developed. The impedance matrix of the electric or magnetic field integral equations is decomposed into four sub-matrices for fast FBM algorithm. Bistatic scattering from and transmitting through one dimensional (1D) fractal rough surface with any dielectric constant are calculated. Angular reflectivity and transmissivity demonstrate the energy conservation, and its functional dependencies upon the surface parameters are discussed. A linear relationship between the envelope slope of the bistatic scattering pattern and the fractal dimension is also discussed.

Key words: bistatic scattering; transmitting; FBM/SAA; fractal rough surface

1 引言

粗糙面散射在光学、电磁学与声学等领域均有十分重要的研究与应用. 近年来出现的分形几何学, 讨论分形结构的自相似性分布, 兼顾了随机粗糙面多尺度无序的特点, 往往能更接近实际的粗糙面. 以往粗糙面散射求解大多基于一定的近似条件, 如大尺度起伏的 Kirchhoff 近似^[1]、小尺度微扰法^[2]和一般 Rayleigh 方法^[3]等. 这些近似条件不但对粗糙面的参数有一定的限制, 而且无法应用于在低掠角入射条件下必须要考虑的多次散射与多路径传播、边缘衍射、遮蔽效应等因素.

计算机技术的发展促进了复杂形体电磁散射的快速准确的数值计算研究, 比如矩量法(MoM)^[4]、有限元法(FE)^[5]等. 数值方法对粗糙面参量一般不作特定的限定. 但是, 数值方法

离散剖分粗糙面产生极多的未知量和全矩阵方程, 其计算量为 $O(N^3)$ (未知量个数 N), 特别在低掠角入射条件下, 使得数值求解十分繁重与困难.

以 MoM 为基础的一种新的数值方法是前后向迭代法 (FBM) (Forward Backward Method)^[6], 它收敛快和计算速度高, 其计算量为 $O(N^2)$. 文献[7]又将 Green 函数谱积分加速方法 (SAA, Spectral Acceleration Algorithm) 应用于金属粗糙面散射的 FBM 计算, 计算量和内存进一步减少为 $O(N)$.

对于高介电常数粗糙面, 电场和磁场积分方程 (EFIE 和 MFIE) 中粗糙面上场与电流两个未知量, 可由阻抗边界近似法消去一个未知量, 这

样高介电常数粗糙面数值解的系数阵类似于金属粗糙面系数阵^[8]. 但是, 阻抗边界近似方法仅适用于高介电常数粗糙面, 而且对于这种近似, 难以给出任何误差估计.

本文对任何一种介电常数粗糙面的 EFIE 和 MFIE 的阻抗系数阵, 按面场与面电流未知量分类排序, 形成四个子矩阵. 对每个子矩阵通过 FBM/SAA 快速消元, 剩下的四个子矩阵对角线元素组成新的两元系数阵, 通过求解该两元系数阵可求得每个离散单元的场和电流未知量, 通过前后向迭代计算至小于给定的收敛误差, 最终得到任意介电常数粗糙面的 TE 与 TM 波散射解.

该方法的计算量和内存均为 $O(N)$. 本文发展的 FBM/SAA 求解 TE 和 TM 锥形波入射 (特别是低掠角入射) 下, 低介电常数 (如土壤) 的分形粗糙面的双站散射和透射. 同时讨论了散射和透射的能量守恒, 以及散射角度性起伏与分数维的线性关系.

2 电场和磁场积分方程 (EFIE 和 MFIE)

考虑一锥形平面波 $\Psi_{inc}(x, z)$ 入射到一维随机粗糙介质面上, 粗糙面随机起伏高度为 $z=f(x)$, 且有 $\langle f(x) \rangle \geq 0$. 假设 Ψ 和 Ψ_1 分别表示粗糙界面上、下半空间的波函数, 满足下列边界积分方程^[9]:

$$\frac{\Psi(r)}{2} - \int_{S'} f(\Psi_1(r')) \frac{\partial G(r, r')}{\partial n} - G(r, r') \frac{\partial \Psi(r')}{\partial n} dS' = \Psi_{inc}(r) \quad (1)$$

$$\frac{\Psi_1(r)}{2} - \int_{S'} f(\Psi_1(r')) \frac{\partial G_1(r, r')}{\partial n} - G_1(r, r') \frac{\partial \Psi_1(r')}{\partial n} dS' = 0 \quad (2)$$

其中 $\int_{S'}$ 表示 Cauchy 积分, G 和 G_1 分别表示上、下半空间的二维 Green 函数, 即 $G(r, r') = 1/4H_0^1(k|r-r'|)$, $WG_1(r, r') = i/4H_0^1(k|r-r'|)$, 其中 $H_0^{(1)}$ 是零阶第 1 类 Hankel 函数, k_1 是下半空间的波数.

Ψ 和 Ψ_1 有下列边界条件:

$$\Psi_1(r) = \Psi(r) \text{ and } \frac{\partial \Psi_1(r)}{\partial n} = \rho \frac{\partial \Psi(r)}{\partial n}, \text{ 这里 } r \text{ 在面上} \quad (3)$$

其中 TE 波 $\rho = \mu_1/\mu$, TM 波 $\rho = \epsilon_1/\epsilon$.

对积分方程中界面用离散密度 Δx 均匀离散^[10], 则边界面在 $[-L/2, L/2]$ 区间离散为 N 个点 (L 为锥形入射波照亮的长度), 离散点 X_m 可以写为:

$$X_m = (m - 0.5) \Delta x - \frac{1}{2}, m = 1, 2, \dots, N$$

方程 (1, 2) 则可写为

$$\sum_n a_{mn} \Psi(X_n) + \sum_n b_{mn} u(X_n) = \Psi_{inc}(x_m) \quad (4)$$

$$\sum_n c_{mn} \Psi(X_n) + \sum_n d_{mn} u(X_n) = 0 \quad (5)$$

其中 $u(x) = \sqrt{1 + [f'(x)]^2} \partial \psi / \partial n$. a_{mn} , b_{mn} , c_{mn} 和 d_{mn} 的表达式可参见文献 [11].

3 前后向迭代法 (FBM)

式 (4, 5) 经过整理后得到下面矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1N} & b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1N} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2N} & b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1} & a_{N2} & \dots & a_{NN} & b_{N1} & b_{N2} & \dots & b_{NN} \\ c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1N} & d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1N} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2N} & d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{N1} & c_{N2} & \dots & c_{NN} & d_{N1} & d_{N2} & \dots & d_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi(x_1) \\ \Psi(x_2) \\ \vdots \\ \Psi(x_N) \\ u(x_1) \\ u(x_2) \\ \vdots \\ u(x_N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{inc}(x_1) \\ \Psi_{inc}(x_2) \\ \vdots \\ \Psi_{inc}(x_N) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

其系数阵划分为四个块矩阵:

$$\begin{bmatrix} \bar{Z}_a & \bar{Z}_b \\ \bar{Z}_c & \bar{Z}_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Psi \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Psi_{inc} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

将其分解为前后向分量: $\Psi = \Psi_f + \Psi_b$, $U = U_f + U_b$, 这里: Ψ_f 和 U_f 是前向分量 (电磁波前向传播产生的电流贡献), Ψ_b 和 U_b 是后向分量 (电磁波后向传播产生的电流贡献). 以及矩阵分解: $\bar{Z}_a = \bar{Z}_a^f + \bar{Z}_a^s$, $\bar{Z}_b = \bar{Z}_b^f + \bar{Z}_b^s$, $\bar{Z}_c = \bar{Z}_c^f + \bar{Z}_c^s$, $\bar{Z}_d = \bar{Z}_d^f + \bar{Z}_d^s$. 这里矩阵 \bar{Z}_ℓ^f 和 \bar{Z}_ℓ^s ($\ell = a, b, c, d$) 分别为方程 (7) 矩阵 \bar{Z}_ℓ 的下三角矩阵、对角线矩阵 (自阻抗) 和上三角矩阵.

于是方程 (7) 写为:

$$\bar{Z}_a^s \cdot \Psi_f + \bar{Z}_a^s \cdot U_f = \Psi_{inc} - \bar{Z}_a^f \cdot (\Psi_f + \Psi_b) - \bar{Z}_b^f \cdot (U_f + U_b) \quad (8)$$

$$\bar{Z}_c^s \cdot \Psi_f + \bar{Z}_c^s \cdot U_f = -\bar{Z}_c^f \cdot (\Psi_f + \Psi_b) - \bar{Z}_d^f \cdot (U_f + U_b) \quad (9)$$

$$\bar{Z}_a^s \cdot \Psi_b + \bar{Z}_a^s \cdot U_b = -\bar{Z}_a^b \cdot (\Psi_f + \Psi_b) - \bar{Z}_b^b \cdot (U_f + U_b) \quad (10)$$

$$\bar{Z}_c^s \cdot \Psi_b + \bar{Z}_c^s \cdot U_b = -\bar{Z}_c^b \cdot (\Psi_f + \Psi_b) - \bar{Z}_d^b \cdot (U_f + U_b) \quad (11)$$

由迭代求解, 第 i 次迭代的未知量 ($\Psi_f^{(i)}$, $U_f^{(i)}$, $\Psi_b^{(i)}$, $U_b^{(i)}$) 为:

$$(\bar{Z}_a^s + \bar{Z}_a^f) \cdot \Psi_f^{(i)} + (\bar{Z}_b^s + \bar{Z}_b^f) \cdot U_f^{(i)} = \Psi_{inc} - \bar{Z}_a^f \cdot \Psi_b^{(i-1)} - \bar{Z}_b^f \cdot U_b^{(i-1)} \quad (12)$$

$$(\bar{Z}_c^s + \bar{Z}_c^f) \cdot \Psi_f^{(i)} + (\bar{Z}_d^s + \bar{Z}_d^f) \cdot U_f^{(i)} = -\bar{Z}_c^f \cdot \Psi_b^{(i-1)} - \bar{Z}_d^f \cdot U_b^{(i-1)} \quad (13)$$

$$(\bar{Z}_a^s + \bar{Z}_a^b) \cdot \Psi_b^{(i)} + (\bar{Z}_b^s + \bar{Z}_b^b) \cdot U_b^{(i)} = -\bar{Z}_a^b \cdot \Psi_f^{(i)} - \bar{Z}_b^b \cdot U_f^{(i)} \quad (14)$$

$$(\bar{Z}_c^s + \bar{Z}_c^b) \cdot \Psi_b^{(i)} + (\bar{Z}_d^s + \bar{Z}_d^b) \cdot U_b^{(i)} = -\bar{Z}_c^b \cdot \Psi_f^{(i)} - \bar{Z}_d^b \cdot U_f^{(i)} \quad (15)$$

迭代算法以 $\Psi_b^{(0)} = 0$ 和 $U_b^{(0)}$ 为初始值. 需要注意的是 (12, 13) 和 (14, 15) 都必须同时用 FBM/SAA 消元, 形成两元系数阵而求解, 得到 $\Psi_f^{(i)}$ 和 $U_f^{(i)}$ 以及 $\Psi_b^{(i)}$ 和 $U_b^{(i)}$ 来进行前后向迭代求解. 同时, 必须注意: 在整个迭代求解过程中不需要矩阵求逆或分解运算, 因为矩阵 $\bar{Z}_a^s + \bar{Z}_a^f$, $\bar{Z}_b^s + \bar{Z}_b^f$, $\bar{Z}_c^s + \bar{Z}_c^f$ 和 $\bar{Z}_d^s + \bar{Z}_d^f$ 都是下三角矩阵, $\bar{Z}_a^s + \bar{Z}_a^b$, $\bar{Z}_b^s + \bar{Z}_b^b$, $\bar{Z}_c^s + \bar{Z}_c^b$ 和 $\bar{Z}_d^s + \bar{Z}_d^b$ 都是上三角矩阵. 该方法收敛性好, 对于一般粗糙面只需迭代 6 次.

4 Green 函数谱积分加速法 (SAA)

FBM 需要重复计算矩阵和矢量的乘积, 比如: $\bar{Z}_h^f \cdot \Psi$, $\bar{Z}_h^f \cdot U$, $\bar{Z}_h^b \cdot \Psi$ 和 $\bar{Z}_h^b \cdot U$ ($h = a, b, c, d$) 等. 它们是

$$V_f^{(1)}(r_n) = \sum_{m=1}^{n-1} Z_{mn}^{(a)} \Psi_m + \sum_{m=1}^{n-1} Z_{mn}^{(b)} U_m \quad (16)$$

$$V_f^{(2)}(r_n) = \sum_{m=1}^{n-1} Z_{mn}^{(c)} \Psi_m + \sum_{m=1}^{n-1} Z_{mn}^{(d)} U_m \quad (17)$$

$$V_b^{(1)}(r_n) = \sum_{m=n+1}^N Z_{mn}^{(a)} \Psi_m + \sum_{m=n+1}^N Z_{mn}^{(b)} U_m \quad (18)$$

$$V_b^{(2)}(r_n) = \sum_{m=n+1}^N Z_{mn}^{(c)} \Psi_m + \sum_{m=n+1}^N Z_{mn}^{(d)} U_m \quad (19)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, N$. $V_f^{(i)}$, $V_b^{(i)}$ ($i = 1, 2$) 分别表示界面上边第 n 个接受场单元前面(f)和后面(b)的源单元电流分别产生的辐射贡献 ($i = 1$), 以及界面下边第 n 个接受场单元前面(f)和后面(b)的源单元电流分别产生的辐射贡献 ($i = 2$). 每次迭代需要 $O(N^2)$ 计算量, 如果将 SAA 应用到方程(16~19)的计算中, 则计算量和内存均减少为 $O(N)$.

定义一个邻近距离 L_s , 若某源单元与接收场单元的距离在 L_s 以内, 则称其为强作用组, 产生强作用贡献 V_s , 反之, 则称其为弱作用组, 产生弱作用贡献 V_w . 例如方程(16)可改写为

$$V_f^{(1)}(r_n) = V_s + V_w = \sum_{m=n-N_s+1}^{n-1} (Z_{mn}^{(a)} \Psi_m + Z_{mn}^{(b)} U_m) + \sum_{m=1}^{n-N_s-1} (Z_{mn}^{(a)} \Psi_m + Z_{mn}^{(b)} U_m) \quad (20)$$

对 r_n 处的 V_s 是由在 r_n 处接收场单元附近 L_s 以内的 N_s 个源单元对其共同作用产生的贡献, 本文仍采用精确的 MoM 计算.

对 r_n 处的 V_w 是由在 r_n 处接收场单元距离 L_s 以外的 $n - N_s - 1$ 个源单元对其共同作用产生的贡献, 其很大的计算量降低了 FBM 的计算效率.

由 Green 函数的谱积分形式^[7,8]:

$$G(r, r') = \frac{i}{4\pi} \int_{C_0} \exp\{i[k \cos\theta(x-x') + k \sin\theta(z-z')]\} d\theta \quad (21)$$

其中 U 表示上半空间的双站散射, D 表示下半空间的透射, 此时取 θ_s 为 θ_i , k 为 k_1 . $L_{gf} = \sqrt{\pi/2g(1 - (1 - 2tg^2\theta_{in})^2)}$, g 是锥形入射波的宽度控制因子. TM 波的 $\sigma_{TM}^{(D)}$ 可由式(27)中的 E 换成 H 得到.

双站散射和透射系数分别在上、下半空间的积分求和给出反射率和透射率:

$$R_p = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_p^{(U)}(\theta_{in}, \theta_s) d\theta_s, p = TE, TM \quad (28)$$

$$T_p = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_p^{(D)}(\theta_{in}, \theta_t) d\theta_t, p = TE, TM \quad (29)$$

能量守恒要求 $R_p + T_p = 1$ 可用来验证数值计算的精度, 也可用来计算热发射率与辐射亮度温度.

6 数值计算与讨论

本文采用带限 Weierstrass Manderbrot 分形函数^[1], 该函数具有带限空间频率, 并在相应有限分辨率内表现自相似性^[1].

$$\frac{\partial G(r, r')}{\partial n} = \frac{i}{4\pi} \int_{C_0} \exp\{ik[(x-x')\cos\theta + (z-z')\sin\theta]\} \cdot \frac{ik(-\sin\theta + f'_x \cos\theta)}{\sqrt{1+f_x^2}} d\theta \quad (22)$$

可以推得:

$$V_w^{(1)}(r_n) = \frac{i\Delta x}{4\pi} \int_{C_0} F_n(\theta) \exp(ikz_n \sin\theta) d\theta \quad (23)$$

其中 $F_n(\theta) = F_{n-1}(\theta) \exp(ik\Delta x \cos\theta) + [-ik_s(-\sin\theta + f_{x_m} \cos\theta) \Psi_{n-N_s-1} + U_{n-N_s-1}] \cdot \exp\{ik(N_s+1)\Delta x \cos\theta\} \exp(-ikz_{n-N_s-1} \sin\theta)$ (24)

$$V_w^{(2)}(r_n) = \frac{i\Delta x}{4\pi} \int_{C_0} F_n(\theta) \exp(ikz_n \sin\theta) d\theta \quad (25)$$

其中

$$F_n(\theta) = F_{n-1}(\theta) \exp(ik_1 \Delta x \cos\theta) + [ik_s(-\sin\theta + f_{x_m} \cos\theta) \cdot \Psi_{n-N_s-1} - \rho U_{n-N_s-1}] \exp\{ik_1(N_s+1)\Delta x \cos\theta\} \cdot \exp(-ik_1 z_{n-N_s-1} \sin\theta)$$
 (26)

这里: TE 波 $\rho = \mu_1/\mu$, TM 波 $\rho = \epsilon_1/\epsilon$.

方程(18,19)可以像方程(16,17)一样, 实现 SAA 加速计算.

可以看到, 远场 $F_n(\theta)$ 现在通过方程(24,26)连续递归计算. 在积分路径上缓慢变化的远场模式使 SAA 算法有高效性. 选择积分路径和谱积分运算可以参考文献[7,8].

5 双站散射和透射系数

双站散射系数和透射系数写为^[12]

$$\sigma_{TE}^{(D)}(\theta_{in}, \theta_s) = \frac{1}{8\pi k} \int_S \left\{ \frac{ik(f'_x \sin\theta_s - \cos\theta_s)}{\sqrt{1+f_x^2}} E - \frac{\partial E}{\partial n} \right\} \cdot \exp[-ik(x' \sin\theta_s \pm z' \cos\theta_s)] dS' \quad (27)$$

分形函数由加权周期函数的代数和表达如下:

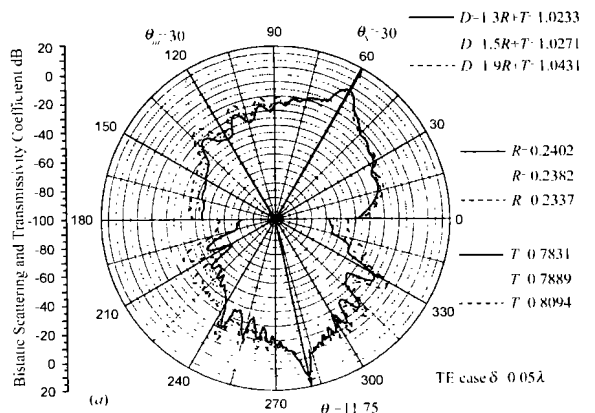


图 1 (a) 分形粗糙面的双站散射和透射(TE 波)

($\theta_{in} = 30^\circ, \delta = 0.05 \lambda$)

$$f(x) = \delta \cdot C \sum_{m=0}^{M-1} b^{(D-2)m} \sin(k_0 b^m x + \varphi_m) \quad (30)$$

其中 D 是分数维 ($1 < D < 2$), φ_m 是每一谐波的随机初相位, b (> 1) 是尺度因子, $k_0 = 2\pi/\Lambda_0$ 是空间基波数 (Λ_0 空间基波长), $C = \sqrt{2(1-b^{2(D-2)})/(1-b^{2M(D-2)})}$ 是幅值控制因子, δ 为均方根高度.

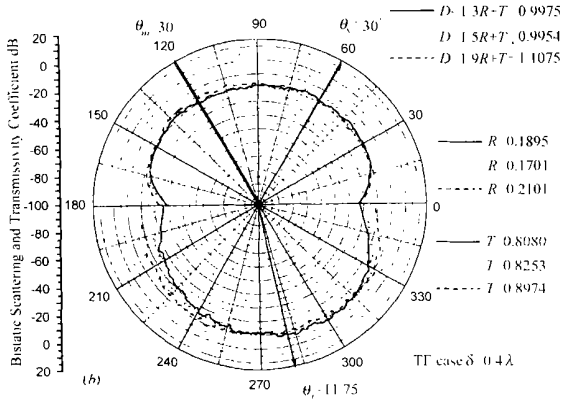


图 1 (b) 分形粗糙面的双站散射和透射(TE 波)
($\theta_{inc} = 30^\circ, \delta = 0.4\lambda$)

为验证 FBM/SAA 程序的精确性以及 SAA 谱加速效率, 用 FBM/SAA, FBM 和 MoM 同时计算一次 Monte Carlo 实现的分形粗糙面的双站散射. 取 $\theta_{inc} = 30^\circ, L = 25.86\lambda, g = L/6.0, \lambda = 1(m), D = 1.3, b = e/2.0, M = 10, \Lambda_0 = 10\lambda, \delta = 0.05\lambda, \Delta x = \lambda/20$. 三种计算完全吻合表明 FBM 和 FBM/SAA 程序的正确. 但 FBM/SAA 计算用时 31.25s(TE), 31.09s(TM), 比 FBM 的 59.21s(TE), 49.05s(TM) 和 MoM 的 475.49s(TE), 512.83s(TM) 要快得多. 此外, FBM/SAA 计算的守恒检验为: TE 波 1.0005, TM 波 1.0046.

离散密度分别取 $\Delta x = \lambda/20$ 和 $\Delta x = \lambda/30$ 对 50 条随机分形粗糙面双站散射的平均作了比较, 双站散射系数两者间最大差别 0.398 dB (TE), 0.140 dB (TM), 双站透射系数两者间最大差别为 0.439 dB (TE), 0.602 dB (TM). 因此, 可保证计算精度. 同时可以看到: 更细微的粗糙结构对散射系数和透射系

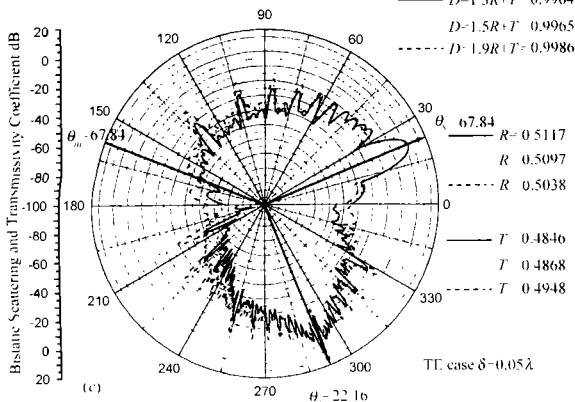


图 1 (c) 分形粗糙面的双站散射和透射(TE 波)
($\theta_{inc} = 67.84^\circ, \delta = 0.05\lambda$)

数已没有明显的贡献.

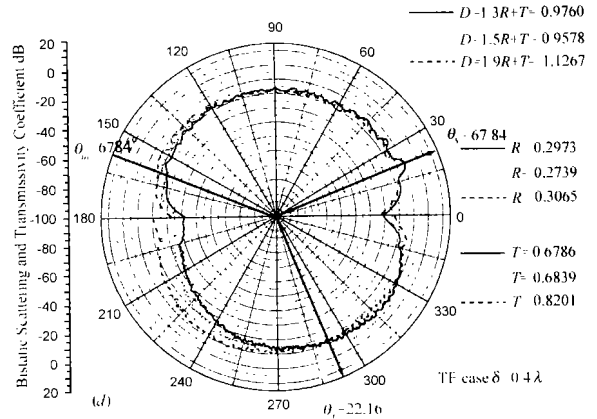


图 1 (d) 分形粗糙面的双站散射和透射(TE 波)
($\theta_{inc} = 67.84^\circ, \delta = 0.4\lambda$)

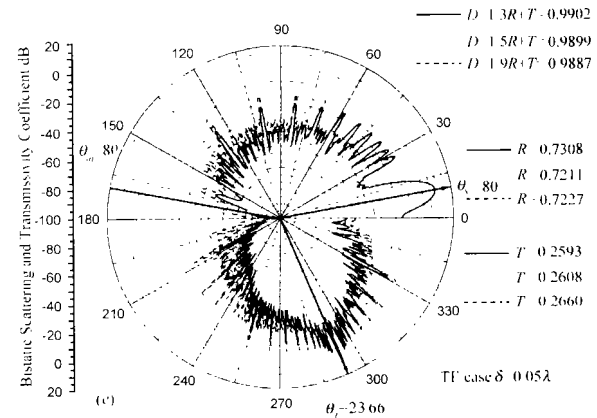


图 1 (e) 分形粗糙面的双站散射和透射(TE 波)
($\theta_{inc} = 80^\circ, \delta = 0.05\lambda$)

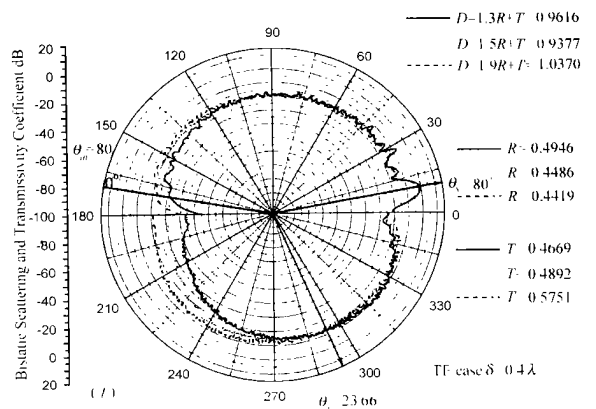


图 1 (f) 分形粗糙面的双站散射和透射(TE 波)
($\theta_{inc} = 80^\circ, \delta = 0.4\lambda$)

比较 Monte Carlo 实现 50 次与 80 次随机分形粗糙面散射的平均值(此时取 $\Delta x = \lambda/20$). 双站散射系数两者间最大差别 0.807 dB(TE), 1.160 dB(TM), 双站透射系数两者间最大差别 1.468 dB(TE), 1.872 dB(TM). 因此, 50 次随机分形粗糙面数值结果平均可以满足计算需要.

在下列计算中,用 Monte Carlo 方法实现 50 次计算双站散射的平均.粗糙介质的相对介电常数为 $\epsilon = 6.0 + j0.6$, 离散密度仍为, $\Delta x = \lambda/20$, $\lambda = 1(m)$.

锥形入射波的夹角选为 $2\alpha = 5^\circ$, $g = L/6.0$. 粗糙面照亮长度与入射角关系可写成:

$$L = L_0 \times \cos(80 + \alpha) / \cos(\theta + \alpha) \quad (31)$$

其中入射角 80° 时粗糙面长度 $L_0 = 167.0\lambda$, 在 $\theta_{inc} = 67.84^\circ$ 平面的 Brewster 角) 时有 $L = 64.83\lambda$, 30° 时有 $L = 25.86\lambda$.

分别取三种分维数如: $D = 1.1, 1.5$ 和 1.9 ; 两种均方高度 $\delta = 0.05\lambda, \delta = 0.4\lambda$; 以及 $k_0 = 2\pi/10.0\lambda$. 由图 1(a), (b) (TE 波) 可以看出: 当入射角较小时 ($\theta_{inc} = 30^\circ$), 随着均方高度 δ 从 0.05λ 增大到 0.4λ , 双站散射由镜面反射占优变为明显的漫散射, 后向散射也随之提高.

在低掠角入射 ($\theta_{inc} = 80^\circ$) 时, 如图 1(e), (f) (TE 波), 则镜面反射占优, 且在主瓣两边着明显的角度性起伏旁瓣, 当均方高度较大如 $\delta = 0.4\lambda$ 时, 则表现为角度性漫散射.

由介质平面的 Snell 定律, 对应 67.84° 和 80.0° 的折射角为 $\theta_t = 11.75^\circ, 21.16^\circ$ 和 23.66° . 随着 δ 的增大, 透射的角度性变化偏离平表面的情形而成为漫散射.

TM 波的散射与透射与图 1 的 TE 波情况相似, 但是 $\theta_{inc} = 67.84^\circ$ 接近于 TM 波全透射的 Brewster 角, 而且在小 $\delta = 0.05\lambda$ 时 TM 波在对应 $\theta_{inc} = 67.84^\circ$ 的透射角 $\theta_t = 22.16^\circ$ 透射占优 (T 约为 0.98), 但在 δ 增至 0.4° 时, 透射为漫散射.

图 2(a), (b) 给出 TE 和 TM 波的 $\delta = 0.1\lambda$ 时粗糙面 R 和 T 与平面的 R 和 T 的. 两者的差异是随粗糙面分维数以及均方高度变大而增大的.

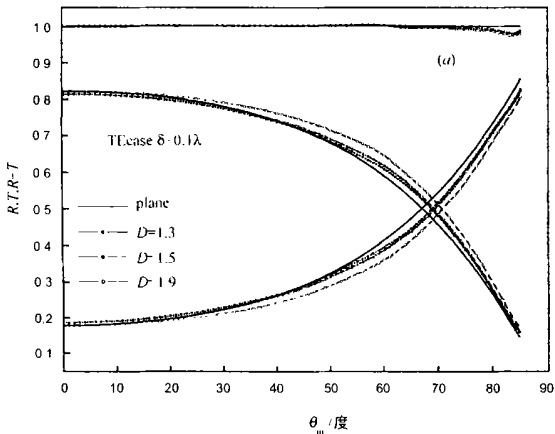


图 2 (a) TE 波的 R, T 和 $R+T$ ($\theta_{inc} = 30^\circ, \delta = 0.1\lambda$)

由图 1(a) 看出: 分布在镜面反射两侧的小波峰随着 D 的变化而起伏, 而随着增大而消失. 当 δ 较小时, 这些尖峰点的拟合连线的斜率可以写成下面经验公式:

$$s \approx f(\delta, \theta_{in}, k_0, b)(2-D) \quad (\text{TE 波}) \quad (32)$$

$$s \approx f(\delta, \theta_{in}, k_0, b)(2-D) + f_{TM}(\delta, \theta_{in}, k_0, b) \quad (\text{TM 波}) \quad (33)$$

其中: $f(\delta, \theta_{in}, k_0, b)$ 和 $f_{TM}(\delta, \theta_{in}, k_0, b)$ 是分形模型参量(如 δ, θ_{in}, k_0 和 b)的函数.

这种斜率和 12 种不同的分维数 D 的关系如图 3, 可以看到它们表现了良好的线性关系, 而且, TM 波的斜率可以为负.

值, 即拟合直线向上倾斜. 由图 3 可测得: $s = 12.297 \cdot (2-D) + 1.94$ (TE), $s = 12.84 \cdot (2-D) - 2.80$ (TM). 这种关系可能用来从角度性变化的双站散射来推知粗糙面的分维数. 这种关系在透射场中也存在.

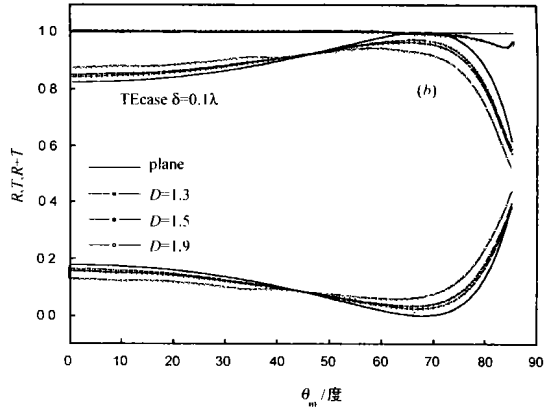


图 2 (b) TM 波 R, T 和 $R+T$ ($\theta_{inc} = 30^\circ, \delta = 0.1\lambda$)

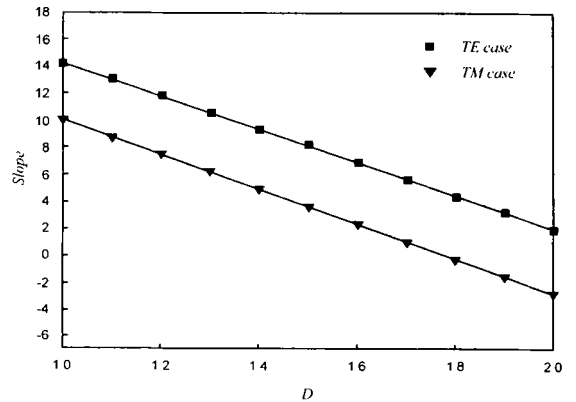


图 3 散射场图尖峰连线斜率与分维数的关系

7 结论

本文发展了结合谱积分加速法的前后向迭代法(FBM/SAA), 能够快速求解包括低掠角入射条件下任意大小介电常数的粗糙面双站散射与透射, 其计算量和内存均为 $O(N)$. 数值计算结果表明:

(1) 比较 FBM 和 MOM, 本文发展的 FBM/SAA 高效和精确, 能适用于低掠角入射与任一介电常数的随机粗糙面.

(2) 随着粗糙面 δ 的增大, 双站散射角度性起伏显得更加明显, 后向散射也明显地增强.

(3) 低掠角入射下 δ 较小的粗糙面散射仍是镜向反射占优, 但双站散射有明显的角度性震荡. 随着 δ 的增大, 散射与透射呈现漫散射.

(4) 当 δ 较小时, 双站散射与透射的角度性起伏尖峰点的拟合连线的斜率和分维数有线性关系, 并且 TE 和 TM 波角度性起伏拟合连线有相同的斜率而互相平行, TM 波的斜率可以为负值.

参考文献:

[1] Jaggard D L, et al. Scattering from fractally corrugated surfaces [J].

Journal of the Optical Society of American, A, 1990, 7(6): 1055–1052.

- [2] Guerin C A, et al. Electromagnetic scattering from multi-scale rough surfaces [J]. Waves in Random Media, 1997, 7(3): 331–349.
- [3] Jaggar D L, et al. Fractal surface scattering: A generalized Rayleigh solution [J]. Journal of Applied Physics, 1990, 68(11): 5456–5462.
- [4] Rouvier S, et al. Ultra wide band electromagnetic scattering of a fractal profiles [J]. Radio Science, 1997, 32(2): 285–293.
- [5] Li Z, Y Q Jin. Numerical simulation of bistatic scattering from fractal rough surface in the finite element method [J]. Science in China (E), 2000, 43(6): 12–18.
- [6] Holliday D, et al. Forward-backward: A new method for computing low-grazing angle scattering [J]. IEEE Transactions on Antennas Propagation, 1996, 44: 722–729.
- [7] Chou H T, et al. A novel acceleration algorithm for the computation of scattering from rough surfaces with the forward-backwards method [J]. Radio Science, 1998 33(5): 1277–1287.
- [8] Chou H T, et al. Formulation of forward-backward method using novel spectral acceleration for the modeling of scattering from impedance rough surfaces [J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2000, 38(1): 605–607.
- [9] Tsang L, et al. Theory of Microwave Remote Sensing [M]. New York: Wiley, 1985.
- [10] Harrington R F. Field Computation by Moment Method [M]. New York: IEEE Press, 1993.
- [11] Li Q, et al. Monte Carlo simulation of wave scattering from lossy dielectric random rough surface using the Physics-Based Two Grid method and Canonical Grid method [J]. IEEE Transactions on Antenna Propagation, 1999, 47(4): 752–763.

- [12] Sanchez Gil J A, Nieto Vesperinas M. Light scattering from random rough dielectric surface [J]. Journal of the Optical Society of America, A, 1991, 8(8): 1270–1286.

作者简介:



金亚秋 男, 1947年9月出生, 1970年毕业于北京大学, 1982、1983和1985年先后获美国麻省理工学院(MIT)科学硕士、电气工程师、博士学位, 现为复旦大学信息科学与工程学院教授、波散射和遥感中心主任, 在国内外已发表330多篇学术论文和5本中英文专著, 主要研究方向为复杂系统中的电磁波、空间遥感信息理论、计算电磁学等, 曾获1993年国家自然科学奖等十多项科技奖励, 是国家人事部批准的有突出贡献的中青年科学家, 中国电子学会会士, IEEE北京分会委员兼教育工作组主任委员, 现任国家重点基础研究规划(973)项目首席科学家。



李中新 男, 1989、1994年先后获西安交通大学工学学士、工程硕士, 1998年获清华大学博士学位, 2000–2001年为复旦大学信息科学与工程学院博士后, 现为副教授, 在国内外已发表20多篇学术论文, 主要研究方向为计算电磁学。